

Przekształcenia punktowe i geometryczne

1 Przekształcenia punktowe

Przekształcenia punktowe (bezkontekstowe) są to przekształcenia dotyczące stopnia szarości lub nasycenia barwy dla każdego punktu oddzielnie, dla których nie mają wpływu wartości w punktach sąsiednich.

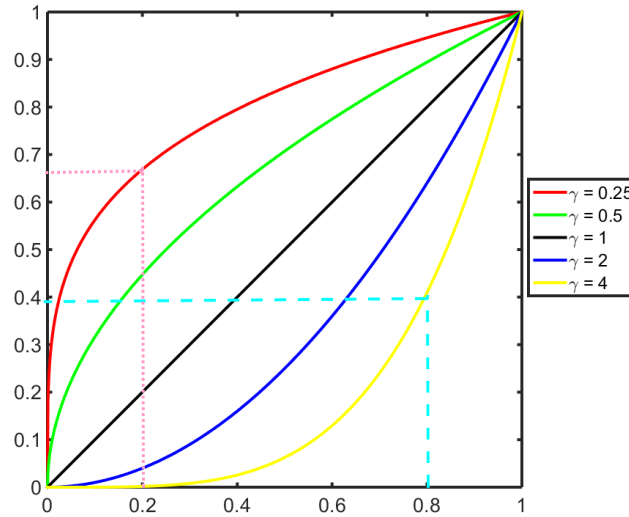
1.1 Liniowe przekształcenia obrazu

Liniowe przekształcenie polega na zmianie wartości piksela przy użyciu przekształcenia liniowego. Zaliczamy do nich między innymi operacje dodawania, negacji czy mnożenia przez pewną liczbę. Służą one np. do rozjaśniania obrazu. Należy pamiętać, że przy stosowaniu kodowania `uint8` dozwolone wartości są z przedziału 0-255, a dla kodowania `double` dozwolone są wartości z przedziału 0-1.

1.2 Nieliniowe przekształcenia obrazu

Do nieliniowych przekształceń zaliczamy np. pierwiastkowanie, potęgowanie logarytmowanie. W niektórych przypadkach jest to znacznie skuteczniejsze niż liniowe korekcje. Szczególne znaczenie ma korekcja gamma γ dana wzorem eq. 1. Idee działania współczynnika γ na obraz przedstawia Rys. 1.

$$\text{Nowy}(m, n) = \text{Stary}(m, n)^\gamma \quad (1)$$



Rysunek 1: Idea działania korekcji γ . Dla $\gamma < 1$ zwiększony jest kontrast dla "ciemnej" części obrazu kosztem "jasnej" części. Dla $\gamma > 1$ efekt jest odwrotny: zyskujemy kontrast w części "jasnej" kosztem "ciemnej".

1.3 Normalizacja

Normalizacja ma na celu rozciągnięcie zakresu tonalnego obrazu. Jeżeli intensywność punktów na obrazie zajmuje tylko część dozwolonej skali, to możliwe jest rozciągnięcie intensywności tak, by zajmowała pełną skalę. Stosowana jest normalizacja zarówno w wymiarze globalnym, jak i lokalnym. Jeżeli przez M oznaczamy minimum w normalizowanym obszarze, przez N maksimum, a przez L i U odpowiednio minimum i maksimum skali, to intensywność punktu wynosi:

$$Nowy(m, n) = \left(\frac{L - U}{M - N} \cdot (Stary(m, n) - M) \right) + L \quad (2)$$

Obraz metodą globalną normalizuje się przy użyciu funkcji:

`imadjust(obraz, [low_in; high_in], [low_out; high_out], gamma).`

1.4 Binarizacja

Binarizacja to zamiana dowolnego obrazu na obraz logiczny. Stosuje się kilka rodzajów binaryzacji:

- z dolnym progiem: wszystko poniżej progu: 0, powyżej 1

$$\mathbf{L}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } L(m, n) \leq prog \\ 1 & \text{gdy } L(m, n) > prog \end{cases}$$

- z górnym progiem: negatyw binaryzacji z dolnym progiem

$$\mathbf{L}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } L(m, n) > prog \\ 1 & \text{gdy } L(m, n) \leq prog \end{cases}$$

- z dwoma progami: przypomina funkcję bramkową lub jej negatyw
- wielokryterialna: kilka progów i tylko niektóre przedziały mają wartość prawd / fałsz.
- z histerezą: wymaga podania 2 wartości progowych ($prog1 < prog2$), wartość piksela $L(m, n)$ dana jest wzorem:

$$\mathbf{L}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } L(m, n) \leq prog1 \\ s & \text{gdy } prog1 < L(m, n) \leq prog2 \\ 1 & \text{gdy } L(m, n) > prog2 \end{cases}$$

s - wartość sąsiadujących punktów.

- automatyczne progowanie metodą maksymalnej entropii
Wartość entropii H dla obrazu $\mathbf{A}$ definiowana jest poprzez eq. 3.

$$H = - \sum_{k=0}^{N_{kolor}} (p(k) \cdot \ln p(k)) \quad (3)$$

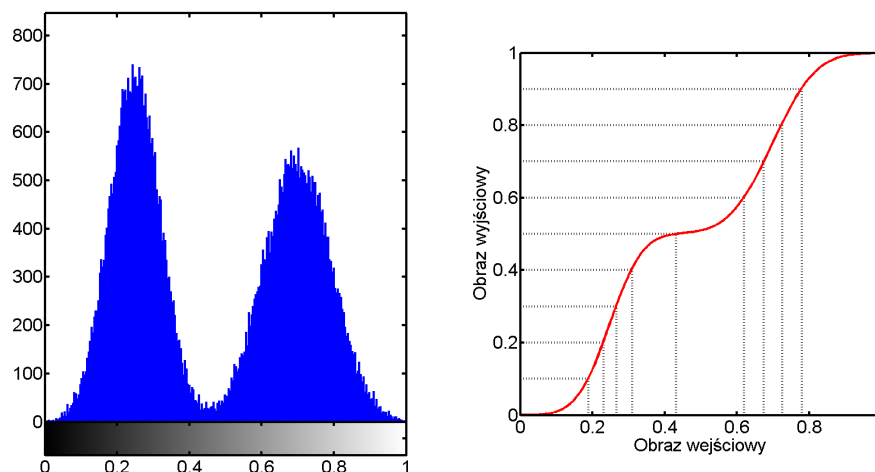
gdzie $p(k)$ - prawdopodobieństwo wystąpienia intensywności k w obrazie $\mathbf{A}$, N_{kolor} - maksymalna wartość intensywności występująca w obrazie $\mathbf{A}$.

Binarizacja metodą maksymalnej entropii polega na znalezieniu takiej wartości progu k , dzielącej obraz na tło (piksele o intensywności mniejszej lub równej k) i obiekty (o intensywności większej niż k), która maksymalizuje funkcję $H(k)$.

2 Wyrównywanie histogramu

Histogram wykreśla się poleceniem `imhist(obraz)`. Histogram jest to wykres słupkowy określający ile punktów przybiera daną wartość (intensywność). Wyrównanie histogramu polega na "upodobnieniu" go do histogramu dla rozkładu równomiernego (wszystkie intensywności mają jednakową częstotliwość występowania) (Rys. 2). Do wyrównywania histogramu służy polecenie `histeq(obraz, ilość_klas)`. Czasami stosuje się wyrównywanie lokalne, tzn. dzieli się obraz na kilka części i każdą wyrównuje oddzielnie. Do tego stosuje się funkcję `adapthisteq(obraz, parametry)`. Do najważniejszych parametrów tego przekształcenia zaliczamy:

- **NumTiles** - Wielkość elementu, dla którego wyrównujemy histogram
- **ClipLimits** - skalarna wielkość decydująca o kontraście (0,1)
- **NBins** - Ilość klas histogramu
- **Range** - zakres wyrównywanych wartości
- **Distribution** - rodzaj histogramu, do którego będzie normowany obraz: 'uniform' (płaski), 'Rayleigh' (dzwonkowy) i 'Exponential' (krzywa eksponenty).
- **Alpha** - parametr rozkładu histogramu, tylko dla Rayleigh i Exponential.



Rysunek 2: Idea wyrównywania histogramu obrazu. 1) Liczymy histogram; 2) Liczymy kumulantę (czerwona linia) i dzielimy ją przez jej maksymalną wartość; 3) Dzielimy Oś OY na wykresie kumulanty na "n" równych odcinków (klas histogramu wyjściowego); 4) Szukamy wartości rzutów wartości poszczególnych progów na Oś OX poprzez kumulantę; 5) Wszystkie wartości z OX z ograniczone dwoma rzutami zamieniamy na odpowiadającą im wartość OY.

3 Przekształcenia geometryczne

Do przekształceń geometrycznych zaliczamy między innymi: przesunięcie, obrót, zniekształcenie, odbicia symetryczne, powielanie fragmentów. Mają one wpływ na kształt, wielkość lub wygląd obrazu.

3.1 Przesunięcie o wektor

Możliwe są przesunięcia o wektor z dodaniem nowej powierzchni (zwiększenie wymiarów obrazu wyjściowego o wektor) lub przesunięcie w sposób cykliczny z użyciem funkcji `circshift(obraz, wektor)`.

3.2 Obrót

Obraz można obracać przy użyciu funkcji `imrotate(obraz, kąt w stopniach, opcje)`. Pierwszą opcją są metody interpolacji nowych danych:

- najbliższego sąsiada (`'nearest'`);
- dwuliniowa (`'bilinear'`);
- bikubiczna (`'bicubic'`).

Drugą opcją jest rozmiar wyjściowy obrazu:

- `'crop'`: Obraz wyjściowy ma taki sam rozmiar jak wejściowy. Rogi są obcięte, wolne miejsca wypełnione zerami.
- `'loose'`: Obraz wyjściowy na ogół jest powiększony tak, by zmieścił się cały obraz. Wolne miejsca wypełnione zerami.

Opcjami domyślnymi jest `'nearest'`, `'loose'`. Użycie kąta dodatniego powoduje obrót przeciwnie do kierunku wskazówek zegara.

Rotacja obrazu polega na wyliczeniu nowych współrzędnych danego piksela obrazu. Sprowadza się to do wymnożenia wektora współrzędnych przez macierz rotacji:

$$\begin{bmatrix} x^{obr} \\ y^{obr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (4)$$

3.3 Odbicia symetryczne

Odbicia symetryczne mogą być względem prostej pionowej (`fliplr (obraz)`) lub poziomej (`flipud (obraz)`). Odbicia te (a zwłaszcza odbicie poziome) mają zastosowanie podczas kalibracji (ang. registering) zdjęcia (przypisania współrzędnych, np. geograficznych, do poszczególnych pikseli obrazu).

3.4 Dodawanie wierszy, kolumn do obrazu

Dodawanie kolumn i wierszy do obrazu ma na celu głównie podczas filtracji w celu zmniejszenia efektów brzegowych. Służy do tego polecenie `padarray (obraz, rozmiar, metoda, kierunek)`;

Rozmiar w formie wektora `[x y]` mówi, ile wiersów `x` i ile kolumn `y` należy dodać.

Do metod zaliczamy:

- `'circular'` - doklejanie cykliczne
- `'replicate'` - doklejanie poprzez kopiowanie skrajnych wiersów / kolumn
- `'symmetric'` - odbicie symetryczne.

Istnieją 3 kierunki:

- `'pre'`: doklejanie z góry i z lewej;
- `'post'`: z dołu i z prawej;
- `'both'`: z obu jednocześnie.

3.5 Zmiana rozmiaru obrazu

Zmiana rozmiaru obrazu odbywa się przy wykorzystaniu polecenia `reshape` (`obraz`, `[nowy rozmiar]`, `'opcja'`);. Do poprawnego działania funkcji musi być spełniony warunek zachowania powierzchni: $(x^{old} * y^{old} = x^{new} * y^{new})$

Do zmiany kształtu, bez konieczności spełnienia powyższego warunku (skalowanie) może służyć polecenie `imresize`(`obraz`, `[nowy rozmiar]`, `'opcja'`).

W przypadku skalowania izotropowego, tj. zmieniamy rozmiar w pionie i poziomie o ten sam współczynnik skali, zamiast rozmiaru można podać tylko wartość skalowania, np. dla zmniejszenie szerokości i wysokości o połowę: `imresize(a, 0.5)`.

3.6 Przekształcenie afiniczne i projekcja

Przekształcenie afiniczne to każde różnowartościowe przekształcenie geometryczne, które wszystkie proste zawarte w dziedzinie tego odwzorowania przekształca na proste. W przekształceniu tym linie równoległe pozostają równoległe względem siebie, ale może zaniknąć prostopadłość linii (np. przekształcenie prostokąta w równoległobok). Przykładem takiego przekształcenia jest obrót, skalowanie, odbicia lustrzane. Przekształcenie afiniczne dane jest wzorem:

$$\begin{bmatrix} x_{new} \\ y_{new} \\ z_{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ e & f & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie współczynniki **a**, **d** macierzy **T** odpowiadają za skalowanie obrazu, a współczynniki **b**, **c** za przesunięcie prawej lub dolnej krawędzi względem przeciwległej. Warunkiem koniecznym jest nieosobliwość macierzy przekształcenia **T** oraz wartości w trzeciej kolumnie równe [0; 0; 1].

Projekcja jest uogólnieniem przekształcenia afinicznego. W tym przypadku wartości w trzeciej kolumnie macierzy **T** mogą przyjmować dowolne wartości, pod warunkiem, że $\det(T) \neq 0$. W tym przypadku zanika zachowanie równoległości linii.

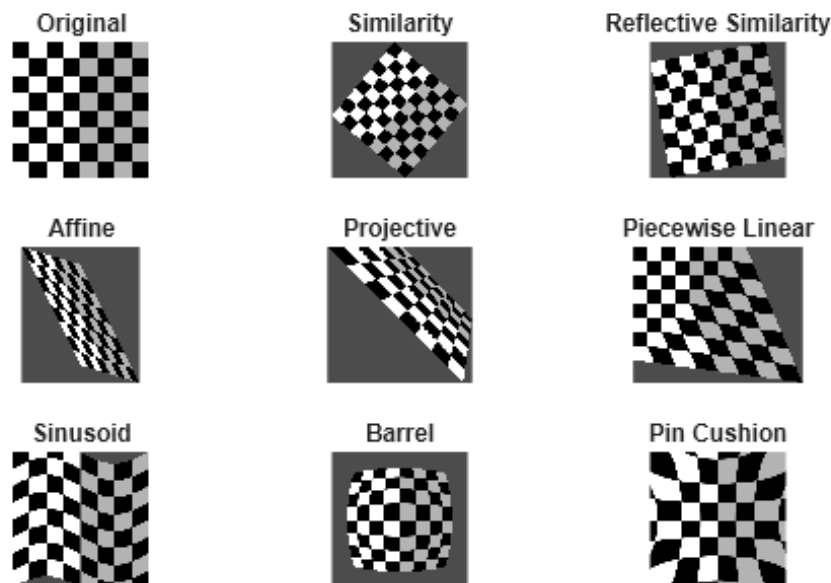
Zmiana kształtu przy użyciu obu przekształceń odbywa się podobnie i wymaga dwóch kroków:

- stworzenie macierzy **T** przy użyciu polecenia: `T = affinetform2d(macierz)` lub `T = projtform2d(macierz)`.
- użycie macierzy **T** poleceniem: `imwarp(obraz, T)`.

Oprócz projekcji możliwe są również inne przekształcenia geometryczne. Są one dokładnie opisane w pomocy pakietu MatLAB: <https://www.mathworks.com/help/images/creating-a-gallery-of-transformed-images.html>. Przykład tych przekształceń przedstawia fig. 3.

3.7 Rozpoznanie transformacji geometrycznej

Polecenie `fitgeotform2d` (dawniej `fitgeotrans`) pozwala na estymację wartości parametrów transformacji (np. obrotu czy skalowania). W tym celu konieczne jest określenie par punktów na dwóch obrazach (przed i po operacji) odpowiadającym tej samej lokalizacji. Do tej operacji można użyć funkcji `cpselect`. W zależności od ilości wyznaczonych par punktów, możliwa jest estymacja wartości parametrów przekształceń:



Rysunek 3: Przykładowe przekształcenia geometryczne dostępne w pakiecie MatLAB. źródło: <https://www.mathworks.com/help/images/creating-a-gallery-of-transformed-images.html>

- 'similarity' - dla min. 2 par punktów - przekształcenie oparte tylko na przesunięciu, skalowaniu izotropowym lub obrocie.
- 'affine' - dla 3 i więcej par punktów;
- 'projective' - dla 4 i więcej par punktów;
- inne, np. 'polynomial', 'pwl', 'lwm'

3.8 Fraktale

Przekształcenia afiniczne można wykorzystać do generowania fraktali (J. Kudrewicz, *Fraktale i Chaos*, WNT, 1993). W tym celu wykonywane są losowo wybrane przekształcenia afiniczne na pojedynczej współrzędnej. Wartość elementu tablicy o obliczonych współrzędnych zostaje zwiększona o jeden. Przykładowy komplet tablic przekształceń afinicznych zamieszczono poniżej.

$$\begin{bmatrix} -0.67 & -0.02 & 0 \\ -0.18 & 0.81 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.4 & 0.4 & 0 \\ -0.1 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.4 & -0.4 & 0 \\ -0.1 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0.44 & 0.44 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$